

数 学

1 研究テーマ

(1) 研究テーマ

未知の問題を解決することを通じた主体的・対話的で深い学びの実現

(2) 研究のねらい

未知の問題を解決する探究的な活動を通して、主体的・対話的で深い学びの実現をねらいとした具体的な授業モデルを提案した。

2 実践事例

(1) 単元指導計画

ア 科目名：「数学 I」

イ 単元名：二次関数 二次方程式

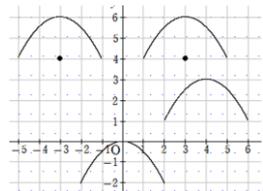
ウ 単元の目標：

- (ア) 二次関数についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、二次関数を用いて事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。
- (イ) 二次関数を活用して事象を論理的に考察する力、事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力、二次関数の表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を身に付ける。
- (ウ) 二次関数の式とグラフとの関係について多面的に考察するよさや、二つの数量の関係に着目するよさを認識し、問題解決にそれらを活用しようとしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとする態度を身に付ける。

エ 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
(ア) 二次関数の値の変化やグラフの特徴について理解することができる。 (イ) 二次関数の最大値や最小値を求めることができる。 (ウ) 二次方程式の解と二次関数のグラフとの関係について理解することができる。また、二次不等式の解と二次関数のグラフとの関係について理解し、二次関数のグラフを用いて二次不等式の解を求めることができる。	(ア) 二次関数の式とグラフとの関係について、コンピュータなどの情報機器を用いてグラフをかくなどして多面的に考察することができる。 (イ) 二つの数量の関係に着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、問題を解決したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすることができる。	(ア) 二次関数の式とグラフとの関係について多面的に考察するよさや、二つの数量の関係に着目するよさを認識し、問題解決にそれらを活用しようとしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとしたりしている。 (イ) 問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。

オ 単元の指導と評価の計画 ○「記録に残す評価」 ●「指導に生かす評価」

次	時	学習活動	知	思	態	評価・指導上のポイント
単元の導入	1時間扱	<p>2次関数STARTプリント</p> <p>「指定された関数のグラフをかこう。絵を完成させるには、どんな関数の式になればよいか。」</p>			●	<p>【評価のポイント】</p> <p>(態) 単元の目標を理解し、学習の見通しを持つようとしているか。積極的に問題に取り組んでいるか。</p>  <p>図1 二次関数のグラフ</p>
		<ul style="list-style-type: none"> ・中学校で学んだことを復習しながら、点や一次関数のグラフをかく。 ・頂点が原点にない二次関数のグラフ(図1)も、通る座標を求めることで、かけることを実感する。 ・眉毛の位置がずれているため、顔が完成させられないことに気づき、眉毛の位置を希望する場所へ移動するためには、二次関数の式をどう与えればよいか予想させる。 				
第一次	8時間扱	<ul style="list-style-type: none"> ・二次関数のグラフの平行移動について、グラフ作成ソフトを利用して確認する。 ・平方完成を利用して、一般形で表された式を標準形に変形することで、グラフの頂点が求まることを理解する。 	○	●	●	<p>【指導上のポイント】</p> <p>グラフ作成ソフトを活用して、自由にグラフの位置関係について考えさせる。表、式、グラフを相互に関連付けて考察させることで、多面的な考えを引き出す。</p> <p>【評価のポイント】</p> <p>(知) 一般形で表された二次関数の式について、平方完成を利用して、グラフをかきことができるかを評価する。</p> <p>(思) グラフの平行移動について、グラフ作成ソフトなどを利用して、二次関数の式とグラフとを関連付けながら、考察することができるか。</p> <p>(態) 二次関数の式とグラフとの関係について多面的に考察しようとしているか。</p>
		<ul style="list-style-type: none"> ・二次関数の最大値と最小値を調べる。 				
第二次	7時間扱	<ul style="list-style-type: none"> ・二次関数が一通りに定まる条件について調べる。 	○			<p>【指導上のポイント】</p> <p>日常や社会の事象などから設定した問題について、二つの数量の関係に着目し、二次関数として捉えられるよう生徒の意見を引き出していく。また導いた解に対する考察も行う。</p> <p>【評価のポイント】</p> <p>(知) 二次関数の最大値や最小値をグラフと関連付けながら求めることができたかどうかを評価する。</p>

第三次	13 時間 扱 本 時	<ul style="list-style-type: none"> 二次方程式の実数解の個数と判別式の関連について調べる。 	○	○	○	【指導上のポイント】 二次関数のグラフと x 軸の位置関係について、生徒が既習事項を振り返りながら、どのような条件が必要か考察させ、記述させる。
		<ul style="list-style-type: none"> 二次関数のグラフと x 軸の位置関係について、二次方程式の実数解の個数と判別式を利用して調べる。 二次不等式の解について、一次不等式の解や二次関数と関連付けながら調べる。 				【評価のポイント】 (知) 二次関数のグラフと x 軸の位置関係について、必要な条件を説明させるなどして、考え方を理解しているか評価する。 (思) 二次関数のグラフと x 軸の位置関係について、自ら求めた条件が、必要十分条件になっているか考察しているか評価する。
		<ul style="list-style-type: none"> 二次関数のグラフと x 軸の正の部分が交わる条件に付いて、式の特徴を具体化しグラフと関連付けて調べる。 				(態) 二次関数のグラフと x 軸の位置関係について、必要な条件について、既習事項と関連させながら、必要な条件について考察しようとしているかを評価する。

カ 授業実践例 (24 時間目 / 29 時間)

時間	学習活動 S : 予想される生徒の反応	指導上の留意点 T : 教師の手立て
5分	<ul style="list-style-type: none"> 前時までの復習(判別式の確認等) 	
25分	<p>導入</p> <p>前時までは与えられた二次方程式において、その判別式を利用することで解の個数を求めたり、指定された解の個数になるよう m の値の範囲を求めたりしてきた。今回は、問題からどのようなグラフになるかを予想し、必要な条件をみんなで共有しましょう。</p>	
	<p>問題(数研新編数学 I 教科書 p128 研究)(図 2)</p> <p>2 次関数 $y = x^2 - 2mx - m + 6$ のグラフと x 軸の正の部分が、異なる 2 点で交わるときの、定数 m の値の範囲を求めてみよう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 生徒から出た数式や言葉も含めて、黒板に書き残す。 ②③の条件が出てこないことが予想される。全体に向けて「<u>自分たちが出した条件だけで、理想のグラフがかけるか。</u>」と問いかける。

5分	<p>S 8 : 理想のグラフの概形はかけるが、条件は思いつかない。</p> <p>S 9 : グラフをかくことを思いつかない。</p> <p>S 10 : ① $D > 0$ ② y 切片 > 0 ③ 軸 > 0</p> <p><想定される結論></p> <ul style="list-style-type: none"> ・ S 3 と S 6 だけでは、x 軸の正の部分とは断定できない。 ・ S 7 の条件だけで十分ではないか。 <p>(最終的には、S 10 の条件が生徒から出てくるように、考えさせたい。)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ S 5 については、実際 $m - \sqrt{m^2 + m - 6} > 0$ を解かせてみる。$\sqrt{\quad}$ を含む不等式については学習をしていないため、解くのは難しそうであるという意見が出てきたら、違う考え方はできないかと問う。実際に m の値の範囲が求まったところで、上記の $\sqrt{\quad}$ を含む不等式を生徒と解いてみることも考えられる。 ・ y 切片 > 0 の条件が出てくる、または S 10 の条件が出そろったところで、「y 切片 > 0 を式で表すと？」と問う。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 前時までで、S 3 と S 6 の関係性について学習していなければ、同値であることに気付かせる。 ・ S 7 の条件だけで十分だと考える意見については、反対の意見がないかと問い、生徒の意見から S 7 の条件だけでは不十分であることに気付かせる。 ・ 正の部分、負の部分で交わるグラフと、異なる負の部分で交わるグラフから S 7 以外の必要な条件を引き出す。
15分	<p>振り返り</p> <p>① この問題を解くにあたって、大切にしたい解法のポイントや思考のプロセスをまとめてみましょう。「問題を解くうえで、重要なことは何ですか。」(5分)</p> <p>② 各グループでまとめた解法のポイントや思考のプロセスをみんなで共有しましょう。(5分)</p>	
	<ul style="list-style-type: none"> ・ 数グループを指名し、各グループでまとめたものを、クラス全体に共有する。 	
	<p>追加の問い</p> <p>2 次関数 $y = x^2 - 4mx - 5m + 6$ のグラフと x 軸の正の部分が、異なる 2 点で交わる時、定数 m の値の範囲を求めよ。</p>	
	<ul style="list-style-type: none"> ・ 振り返り 個人、グループで二次方程式の解の配置についてまとめる。 自分でオリジナルの問題を考えさせる。 (時間に応じて。) 	

研究実施校：神奈川県立鶴嶺高等学校(全日制)
 実施日：令和7年11月6日(木)
 授業担当者：鎌原 彩 教諭

数学 I 第3章 2次関数【教科書P128】		月 日() 1年() 組() 番 名前()
□【教科書p128, Axis:180~182】 〔研究〕 2次関数 $y = x^2 - 2mx - m + 6$ のグラフと x 軸の正の部分が、異なる2点で交わるときの、定数 m の値の範囲を求めてみよう。		☺ 解法のポイント～自分なりにまとめてグループで共有しよう～

図2 ワークシート

このワークシートは総合教育センターウェブページにてダウンロードできます。

3 「指導と評価の一体化」の視点を踏まえた主体的・対話的で深い学びの実現に向けた指導と評価のポイント

(1) 本実践を通して、探究的な学びを実現していく授業モデルの提案

本時の目標は、「二次方程式の解と二次関数のグラフとの関係について理解し、グラフから必要な条件を考えること」である。そのために、初出の問題として、「二次関数のグラフと x 軸の正の部分が、異なる2点で交わるときの、定数 m の値の範囲を求めてみよう」という問いを扱った。従来の授業モデルでは、教師が問題についての解説や説明を行い、生徒がその類題に取り組み、再び教師が解説や説明を行うことが多い。本研究では、教師から問題についての解説や説明を行うことなく、問いの提示のみを行う授業モデルを提案する。生徒は教師による解説や説明が行われないため、既習の知識を基に考察を行い、一人ひとりが思考力・判断力・表現力を活用しながら、様々な角度から問題解決に取り組んでいく(図3)。

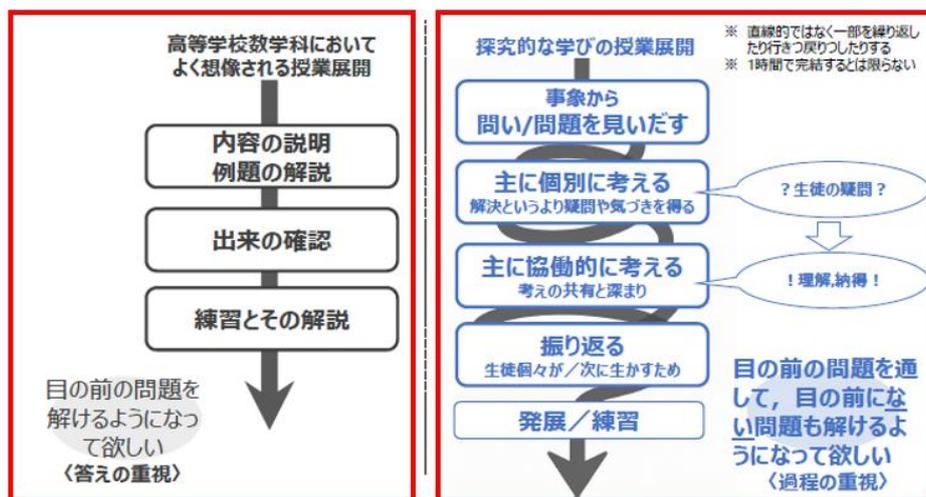


図3 授業展開モデルの例1

(2) 本時の授業について

指導案作成において、演習時間に予想される生徒の反応として10通りを想定し、それぞれS1～S10とした。その中で、S3「判別式 >0 である」について思考する生徒が多くいると想定し、事実S3について考える生徒が大半を占めた。S3と思考した生徒の記述を図4に示す。また、他の反応として、S4「グラフをかく」生徒も多く出てくると考えていたが、グラフをかく生徒は7～8名程に留まり、予想を下回った。それ以外の反応としては、S2「平方完成をして頂点を求める」、S5「解の公式から x 切片を求める」生徒もいた。

①【教科書p128, Axis:180~182】
 練習 2次関数 $y=x^2-2mx-m+6$ のグラフと x 軸の交点の座標が、異なる2点で交わる時の、定数 m の値の範囲を求めてみよう。

$$D = 4m^2 - 4 \times 1 \times (-m+6)$$

$$= 4m^2 + 4m - 24 > 0$$

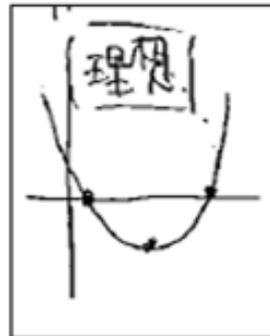
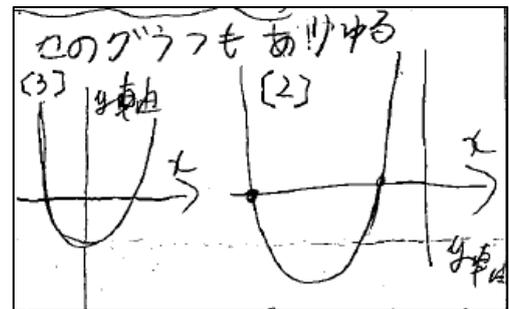
$$m^2 + m - 6 > 0$$

$$(m+3)(m-2)$$

$$m = -3, 2$$

$$m < -3, 2 < m$$

図4 授業中に生徒が書いたメモ

図5 生徒がかいた
「理想のグラフ」図6 生徒がかいた
「他のパターンのグラフ」

個人演習時間(自力解決時間)を5分間に設定し、その後に別での検討に移り、それぞれが行った最初の一手(S3「判別式 >0 」、S2「平方完成」、S4「グラフをかく」)を取り上げて板書し、教室全体に共有した。ただし、共有しただけでは、判別式 >0 から m の値の範囲を求めて終わってしまう生徒が多く、進展があまりなかったため、教師から「この問題文を満たす理想のグラフは何か?」という発問を行った。発問後、ほとんどの生徒が「理想のグラフ」として、図5のようなグラフをかいた。続いて、教師が「下に凸、判別式 >0 だけで、みんながかきたい理想のグラフはかけるか?」と発問し、「下に凸、判別式 >0 の条件だけでかけるグラフを、思い付くだけかいてみよう」と提案した。その結果生徒から、「判別式だけでは理想のグラフはかけない。他のパターンのグラフも含まれてしまう。」といった趣旨の発言がされた(図6)。判別式だけでは理想のグラフがかけないことが共有されてから、いくつかのグラフを比較し、頂点の x 座標が正であることに気付いた生徒がではじめた。そのことを全体に共有することで、(i)「判別式 >0 」に加え、(ii)「頂点の x 座標が正である」ことも、理想のグラフをかくためには必要な条件であるということを生徒は理解していった。その後も協議を重ね、想定していたよりも時間を要したが、ある生徒から y 切片に関する条件の説明があり、理想のグラフをかくには(i)「判別式 >0 である」、(ii)「頂点の x 座標が正である」、(iii)「 y 切片が正である」の三つの条件が必要であることを共有することができた。ここまでで40分が経過していたが、生徒はよく考えて問題解決に取り組んでいた。その後、生徒一人ひとりが、自分の言葉で「解法のポイント(振り返り)」をまとめる作業に移った。理想のグラフをかく条件として、(i)~(iii)を板書に残していたため、この三つの条件の羅列だけで終わってしまう生徒が増えることを懸念したが、多くの生徒が根拠をもって自分なりの言葉でまとめることができた。本授業は「解法のポイント」を各自でまとめ、 m の値の範囲を全体で求めて終わるが、その後の授業で類題を扱った際に「解法のポイント」を見ながら、思考を整理し、協働しながら解決までたどり着く生徒が多く見られた。

4 まとめ

本研究テーマは、「未知の問題を解決することを通じた主体的・対話的で深い学びの実現」であり、初出の問題を提示した際の生徒の具体的な反応や活動を予想し、生徒の気づきや疑問を大切にすることで、主体的・対話的で深い学びの実現を目指した。

本授業では、教師が例題を提示し、その解説を行うことから始まる授業ではなく、初出の問題に対して個人演習時間(自力解決時間)を取り、個人で問題文の理解や状況の把握等をさせた。そこで感じた疑問や不十分さを班演習で共有させ、その解消のためにどんな条件を考える必要があるのかを問うた。授業の終盤では、解決に至ったプロセスを振り返り、記載してまとめる時間を設定し、その振り返りを踏まえ類題に取り組みせるという授業モデルを実践した(図7)。

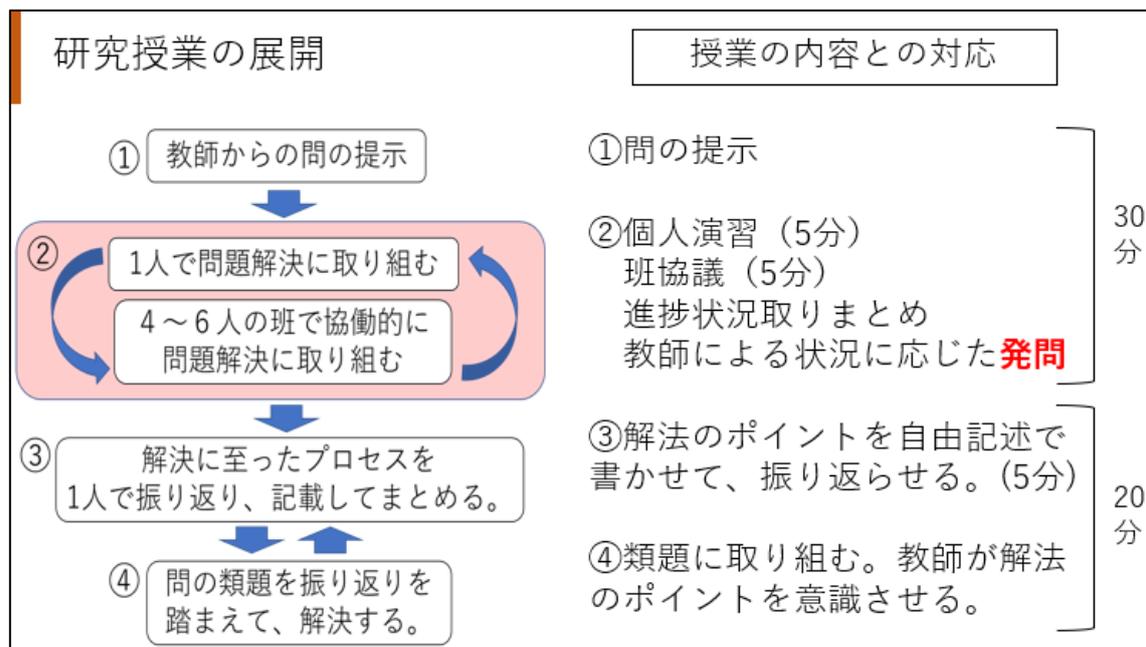


図7 授業展開モデルの例2

今回の授業モデルを実践した課題として、想定していたよりも思考が停滞してしまい、判別式の条件だけを考へて思考が止まってしまう生徒が多く、グラフを考へてみようとする生徒が教師側の予想よりも少なかった。なぜグラフを考へることになったのか、グラフを考へる必要性を感じることができていない生徒もいた。このように、例題等の解説を行わずに問いに組みませると、生徒の問題解決が滞ることが多い。このようなときは、解答までの道筋を教師が説明するのではなく、生徒が問題のハードルを一つずつ乗り越えることができるように、効果的な発問をすることが大切である。本授業においては、平方完成をした生徒の発言を拾い、「平方完成すると、分かるものは何か」、「頂点が決まったら、次何をしてみるか」、「問題文を満たす理想のグラフはどういう状態か」、「判別式の条件だけで、この理想のグラフはかけるか」等の発問を段階的に行った。生徒が未知の問題を解決していくためには、「細分化された発問」と「教師の適切な発問」が生徒の大切であるとする(図8)。

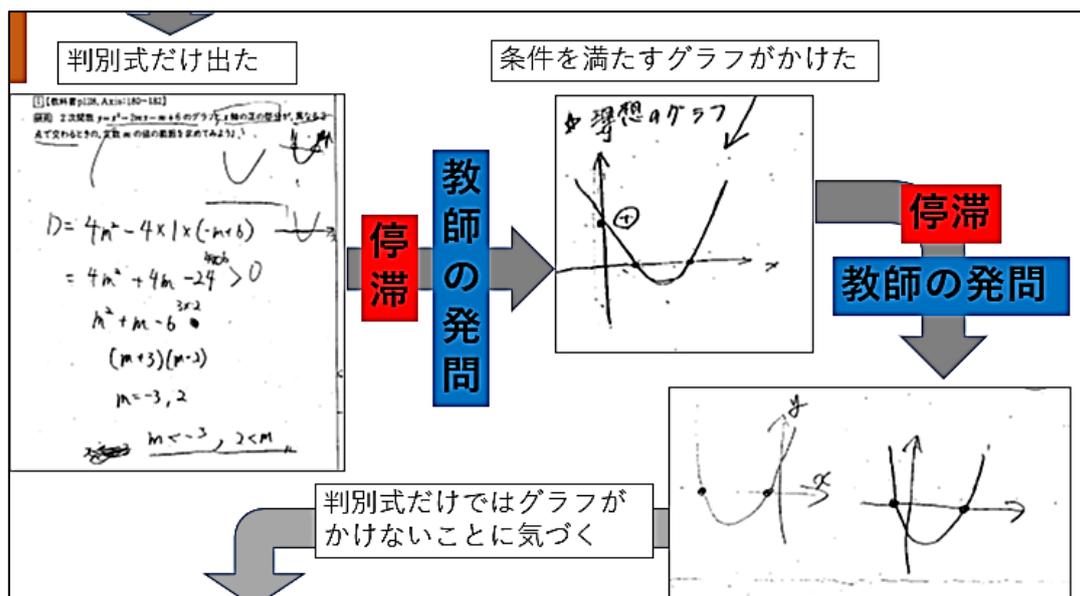


図8 生徒の思考の停滞と教師の発問の具体

教師とクラス全体でのやり取りを通して授業を展開したため、個人演習の5分間を除き、生徒がゆっくりと考へる時間を確保することができなかつた。また、教師側も、生徒から気付きや疑問が出てくるのを根気

強く待つことができず、教師から繰り返し発問をしたり、生徒の疑問を十分に拾えなかったりする場面が増えていた(図9)。板書を振り返ると、教師とのやり取りについてこられる生徒にとっては、納得感を得ながら展開していく授業であったが、やり取りに付いてくるのが難しい生徒にとっては、「今何を考えているのか。」「今何をしようとしているのか。」が明確に分かる板書にはなっておらず、停滞する生徒が増えた原因の一つでもあったと考える。

成果としては、自己調整学習の機会として設けた振り返りの場面において、生徒自身が「この時間を通してどのように学びを深めたか」、その過程を自分なりの文章でまとめる中で、解決のために根拠を持って論理的に記述しようとする姿が多く見られた。生徒の中には、自ら進んでx軸の負の部分で交わる場合や、x軸の正と負の一つずつで交わる場合の解法をまとめようとする姿も見られた(図10)。その後の授業で、類題に取り組む生徒の様子を観察すると、解き方を暗記するのではなく思考を整理することで学びを深めていく姿や、自身の解法のポイントを見ながらではあるが、しっかりと根拠を持って解法の流れを共有する姿が多く見られた。

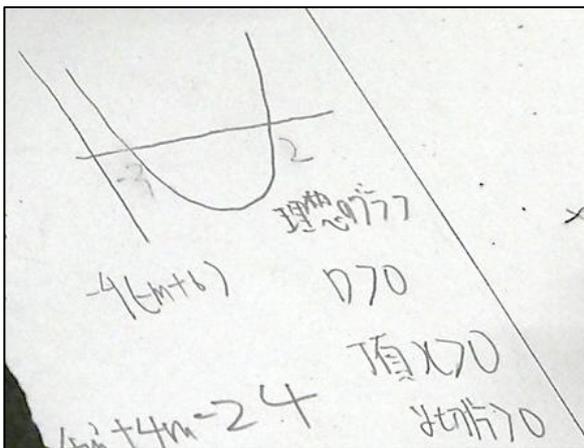


図9 授業中に生徒が書いたメモ
「xについてのグラフとmについての
グラフが混在している」

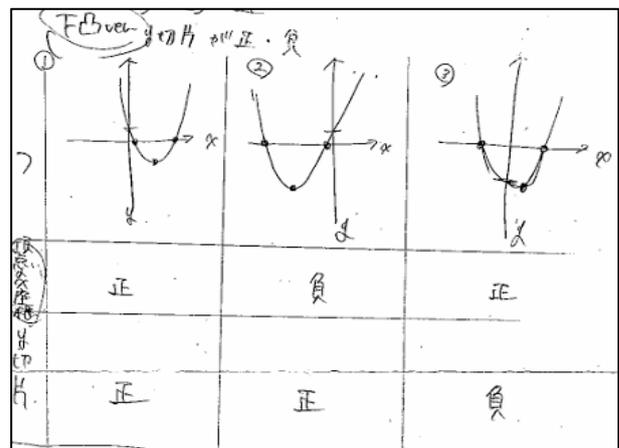


図10 授業中に生徒が書いたメモ

教師が説明を行わず、問いを提示することで、生徒一人ひとりが思考力・判断力・表現力を発揮させることができたと考える。さらに、教師の「問いの細分化」と「適切な発問」によって、生徒の主体的な学びを促し、生徒自らの言葉で振り返りをすることで学習の過程を重視することができる。その結果、生徒一人ひとりの探究的な学びが実践され、「未知の問題を解決することを通じた主体的・対話的で深い学びの実現」につながることを改めて確認できた。