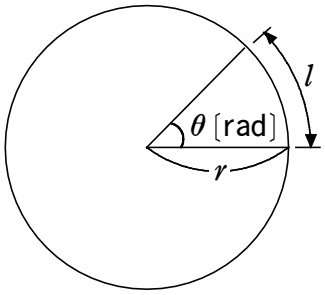
物理応用　臨時休校中の課題

以下の問題に各自で取り組み、自己採点する。

---

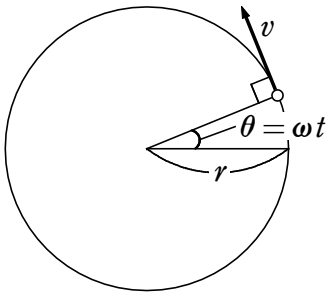
1 (1)　弧度法　円の半径と等しい長さの円弧に対する中心角を 1 ラジアン (1 rad) といい，このような角度の表し方を ア〔　　〕という。半径 r〔m〕，中心角 θ〔rad〕のとき，円弧の長さ l〔m〕は



$l =$ イ〔　　〕

と表される。360° を弧度法で表すと ウ〔　　〕rad となる。

(2)　等速円運動　物体が円周上を一定の速さで回る運動を エ〔　　〕という。円運動をする物体の単位時間当たりの回転角を オ〔　　〕といい，時間 t〔s〕の間の回転角を θ〔rad〕とすると，角速度 ω〔rad/s〕は



$\omega =$ カ〔　　〕

となる，また，等速円運動をする物体の速度の方向は キ〔　　〕であり，等速円運動の円の半径を r〔m〕とすると，物体の速さ v〔m/s〕は

$v =$ ク〔　　〕

となる。等速円運動をする物体が 1 回転する時間 T〔s〕を ケ〔　　〕といい，半径 r，速さ v を用いると

$T =$ コ〔　　〕

のように表される。また，角速度 ω を用いて表すと

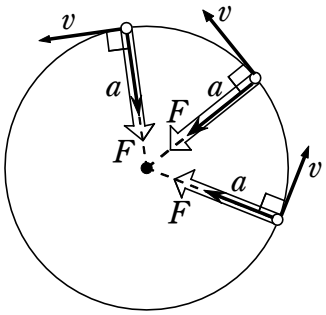
$T =$ サ〔　　〕

となる。

1 秒当たりの回転の回数 n〔Hz〕を シ〔　　〕といい，n と T の間には次のような関係が成りたつ。

$n =$ ス〔　　〕

(3)　等速円運動の加速度　等速円運動では，速度の大きさ (速さ) は一定だが，その向きは常に変化しているので，速度自体は変化している。つまり，加速度が生じている。この加速度の大きさ a〔m/s^2〕を半径 r，角速度 ω を用いて表すと



$a =$ セ〔　　〕

となる。また，半径 r，速さ v を用いて表すと

$a =$ ソ〔　　〕

となる。加速度の向きは タ〔　　〕である。また，運動方程式

「$m\vec{a}=\vec{F}$」から，物体は常に加速度と同じ向きに一定の大きさの力を受けており，この力 F〔N〕を チ〔　　〕という。物体の質量 m〔kg〕，半径 r，角速度 ω，速さ v などを用いると，等速円運動の運動方程式は次のように表される。

ツ〔　　〕$=F$

解答　(ア)　弧度法　(イ)　$r\theta$　(ウ)　2π　(エ)　等速円運動　(オ)　角速度

(カ)　$\dfrac{\theta}{t}$　(キ)　円の接線方向　(ク)　$r\omega$　(ケ)　周期　(コ)　$\dfrac{2\pi r}{v}$

(サ)　$\dfrac{2\pi}{\omega}$　(シ)　回転数　(ス)　$\dfrac{1}{T}$　(セ)　$r\omega^2$　(ソ)　$\dfrac{v^2}{r}$

(タ)　円の中心へ向かう向き　(チ)　向心力　(ツ)　$mr\omega^2$ または $m\dfrac{v^2}{r}$

解説

2　(1)　慣性力　大きさ a〔m/s^2〕の加速度で運動している観測者が物体を観測するとき，物体には実際にはたらく力のほかに，ア〔　　〕とよばれる見かけの力がはたらいているように見える。この力の大きさと向きは，物体の質量を m〔kg〕とすると

大きさ：イ〔　　〕　向き：加速度と ウ{同じ，逆}向き

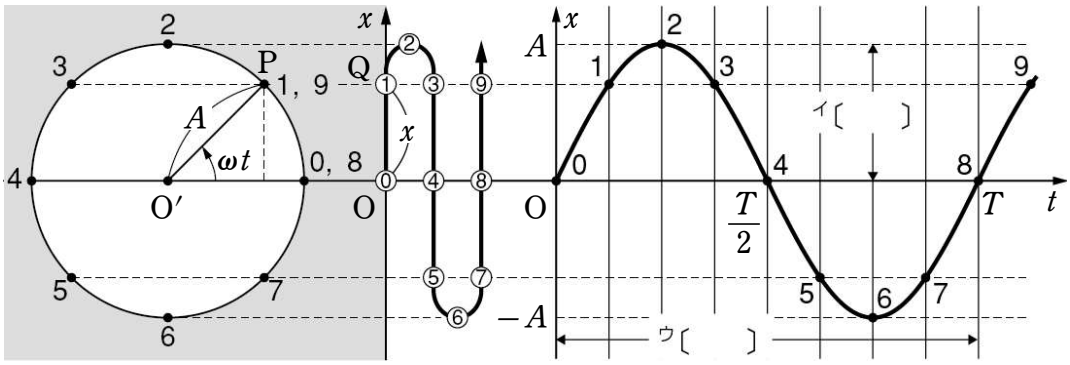
(2)　遠心力　物体とともに円運動する観測者から見ると，物体には円運動の半径方向 エ{内，外}向きに慣性力がはたらいているように見える。この慣性力のことを特に オ〔　　〕という。この力の向きは向心力の向きと カ{同じ，逆}向きで，円運動の半径方向では力のつりあいが成りたっている。

解答　(ア)　慣性力　(イ)　ma　(ウ)　逆　(エ)　外　(オ)　遠心力　(カ)　逆

解説

3 (1) 単振動　等速円運動をする物体を真横から見ると，一定の幅で往復運動しているように見える。このような一直線上の運動を ア〔　　〕といい，振動の中心 O から振動の端までの長さ A〔m〕を イ〔　　〕という。また，1 回の振動に要する時間 T〔s〕を ウ〔　　〕，1 秒当たりの往復回数 f〔Hz〕を エ〔　　〕といい，T と f の間には次の関係が成りたつ。

$f=$ オ〔　　〕



(2) 単振動の変位・速度・加速度　単振動の振幅を A〔m〕，角振動数を ω〔rad/s〕とすると，時刻 t〔s〕における上図の単振動の変位 x〔m〕，速度 v〔m/s〕，加速度 a〔m/s^2〕は，それぞれ次のように表される。

$x=$ カ〔　　〕，$v=$ キ〔　　〕，$a=$ ク〔　　〕

この式から，x と a の間には $a=-\omega^2 x$ の関係が成りたつ。また，角振動数 ω と，単振動の周期 T〔s〕および振動数 f〔Hz〕の間には次のような関係が成りたつ。

$$\omega=\frac{2\pi}{\text{ケ〔　　〕}}=2\pi\times\text{コ〔　　〕}$$

(3) 単振動に必要な力　単振動をしている物体にはたらく力 F は，常に振動の中心に向いている。この力のことを サ〔　　〕という。

(4) ばね振り子・単振り子　ばね定数 k〔N/m〕のばねの一端に質量 m〔kg〕の小球をつるし，上下に単振動させたとき，この単振動の周期 T〔s〕は　$T=$ シ〔　　〕

となる。また，長さ l の軽い糸に小球をつるして，鉛直面内で振動させたものを単振り子という。振れが小さいとき，単振り子の振動の周期 T〔s〕は，重力加速度の大きさを g とすると，次のようになる。　$T=$ ス〔　　〕

解答　(ア) 単振動　(イ) 振幅　(ウ) 周期　(エ) 振動数　(オ) $\dfrac{1}{T}$

(カ) $A\sin\omega t$　(キ) $A\omega\cos\omega t$　(ク) $-A\omega^2\sin\omega t$　(ケ) T　(コ) f

(サ) 復元力　(シ) $2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$　(ス) $2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

解説

4 (1) 17 世紀ころ，ケプラー(ドイツ)は惑星の運動に関する 3 つの法則を発見した(ケプラーの法則)。

第一法則：惑星は太陽を 1 つの焦点とする ア〔　　〕軌道を運動する。

第二法則：惑星と太陽とを結ぶ線分が一定時間に通過する面積は一定である。

(イ〔　　〕の法則)

第三法則：惑星の ウ〔　　〕の 2 乗と軌道だ円の長半径(半長軸の長さ)の 3 乗の比は，すべての惑星で一定となる。

(2) 一般に，2 つの物体(質量 m_1〔kg〕，m_2〔kg〕)の間には，両物体の質量の積に比例し，距離 r〔m〕の 2 乗に反比例する引力がはたらいている。この引力のことを エ〔　　〕という。万有引力の大きさ F〔N〕は，G を定数(万有引力定数)として，m_1，m_2，r を用いて次のように表される。

$F=$ オ〔　　〕

また，質量 M〔kg〕の物体から距離 r〔m〕の点にある質量 m〔kg〕の物体がもつエネルギー U〔J〕を，万有引力による カ〔　　〕といい，無限遠の点を基準点に選び，G を定数として次のように表される。

$U=$ キ〔　　〕

解答 (ア) だ円　(イ) 面積速度一定　(ウ) 公転周期　(エ) 万有引力

(オ) $G\dfrac{m_1m_2}{r^2}$　(カ) 位置エネルギー　(キ) $-G\dfrac{Mm}{r}$

解説

5 半径 8.0 m の円周上を等速円運動する物体が 5.0 秒間で 180° 回転した。この物体の角速度 ω〔rad/s〕，速さ v〔m/s〕を求めよ。

解答 ω：0.63 rad/s，v：5.0 m/s

解説

$t=5.0$ s 間で，$\theta=180°=\pi$ rad だけ回転したので，半径 $r=8.0$ m より

角速度 $\omega=\dfrac{\theta}{t}=\dfrac{\pi}{5.0}=0.20\pi\fallingdotseq$ **0.63 rad/s**

速さ $v=r\omega=8.0\times0.20\pi\fallingdotseq$ **5.0 m/s**

6　半径 0.40 m の円周上を 1 分間に 15 回転する等速円運動を考える。このときの，周期 T〔s〕，回転数 n〔Hz〕，角速度 ω〔rad/s〕，速さ v〔m/s〕を求めよ。

解答　T：4.0 s，n：0.25 Hz，ω：1.6 rad/s，v：0.63 m/s

解説

$$T=\frac{1\text{ 分間}}{15\text{ 回転}}=\frac{60\text{ s}}{15\text{ 回転}}=\mathbf{4.0\ s}$$

$$n=\frac{1}{T}=\frac{1}{4.0}=\mathbf{0.25\ Hz}$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{4.0}=0.50\pi\fallingdotseq\mathbf{1.6\ rad/s}$$

$$v=r\omega=0.40\times0.50\pi\fallingdotseq\mathbf{0.63\ m/s}$$

7　半径 5.0×10^2 m の円周上を，60 m/s の速さで等速円運動をしている飛行機の，角速度 ω〔rad/s〕および加速度の大きさ a〔m/s^2〕を求めよ。

解答　ω：0.12 rad/s，a：7.2 m/s^2

解説

半径 $r=5.0\times10^2$ m，速さ $v=60$ m/s　より

$$\omega=\frac{v}{r}=\frac{60}{5.0\times10^2}=\mathbf{0.12\ rad/s}$$

$$a=v\omega=60\times0.12=\mathbf{7.2\ m/s^2}$$

8　等速円運動をしている物体の質量と，円運動の半径を変えずに，角速度や速さを 2 倍にするためには，何倍の向心力が必要か。

解答　4 倍

解説

向心力の大きさ $F=mr\omega^2$ より，質量と半径を変えずに角速度 ω を 2 倍にすると，それに必要な F は **4 倍**となる。

向心力の大きさ $F=m\dfrac{v^2}{r}$ より，質量と半径を変えずに速さ v を 2 倍にすると，それに必要な F は **4 倍**となる。

9　時刻 t〔s〕における変位 x〔m〕が $x=0.50\sin 4.0\pi t$ と表される単振動の，振幅 A〔m〕，周期 T〔s〕，振動数 f〔Hz〕をそれぞれ求めよ。

解答　A：0.50 m，T：0.50 s，f：2.0 Hz

解説

$x=0.50\sin 4.0\pi t$　と　$x=A\sin\omega t$　の係数を比較して

振幅 $A=$ **0.50 m**　また，角振動数 $\omega=4.0\pi$ rad/s　より

周期 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{2\pi}{4.0\pi}=$ **0.50 s**，振動数 $f=\dfrac{1}{T}=$ **2.0 Hz**

10　時刻 t〔s〕における変位 x〔m〕が $x=2.0\sin 0.40t$ と表される単振動を考える。

(1)　時刻 t〔s〕における速度 v〔m/s〕と加速度 a〔m/s^2〕を t を用いて表せ。

(2)　速度が正の向きに最大になるときの変位 x_1〔m〕と加速度 a_1〔m/s^2〕を求めよ。

(3)　加速度が正の向きに最大になるときの変位 x_2〔m〕と速度 v_2〔m/s〕を求めよ。

解答　(1)　$v=0.80\cos 0.40t$，$a=-0.32\sin 0.40t$

(2)　x_1：0 m，a_1：0 m/s^2　　(3)　x_2：-2.0 m，v_2：0 m/s

解説

(1)　$x=2.0\sin 0.40t$　と　$x=A\sin\omega t$　の係数を比較して　振幅 $A=2.0$ m，角振動数 $\omega=0.40$ rad/s

よって，時刻 t〔s〕における速度 v〔m/s〕は

$v=A\omega\cos\omega t=2.0\times 0.40\cos 0.40t=$ **$0.80\cos 0.40t$**　…… ①

また，時刻 t〔s〕における加速度 a〔m/s^2〕は

$a=-A\omega^2\sin\omega t=-2.0\times 0.40^2\sin 0.40t=$ **$-0.32\sin 0.40t$**　…… ②

(2)　速度が最大となるのは ① 式より

$0.40t=2\pi n$（n は整数）のときである。このとき

$x_1=2.0\sin 2\pi n=$ **0 m**

$a_1=-0.32\sin 2\pi n=$ **0 m/s^2**

(3)　加速度が最大となるのは ② 式より

$0.40t=\dfrac{3\pi}{2}+2\pi n$（$n$ は整数）のときである。

このとき　$x_2=2.0\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}+2\pi n\right)=$ **-2.0 m**

$v_2=0.80\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+2\pi n\right)=$ **0 m/s**

11　一直線上を運動する質量 0.30 kg の物体が，変位 x〔m〕のとき $F=-30x$ で表される力 F〔N〕を受けて単振動をしている。この単振動の角振動数 ω〔rad/s〕と周期 T〔s〕を求めよ。

解答　ω : 10 rad/s，T : 0.63 s

解説

$F=-30x$　は復元力であり　$K=30$ N/m

よって　角振動数 $\omega=\sqrt{\dfrac{K}{m}}=\sqrt{\dfrac{30}{0.30}}=$ **10 rad/s**

周期 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{2\pi}{10}\fallingdotseq$ **0.63 s**

12　ばね定数 50 N/m の軽いつる巻きばねの一端に質量 2.0 kg の小球をつけたばね振り子を，なめらかな水平面上に置いて他端を固定し，ばねを伸ばしてから静かに手をはなす。このとき，小球の振動の周期 T〔s〕を求めよ。

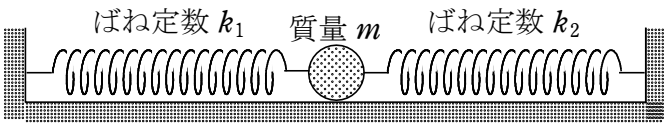
解答　0.40π s

解説

単振動の周期の式　$T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$　の K を，$K=50$ N/m として

$$T=2\pi\sqrt{\frac{2.0}{50}}=\frac{2\pi}{5}\fallingdotseq 1.3\ \text{s}$$

13　図のように，なめらかな水平面上の質量 m〔kg〕の小球に，ばね定数 k_1，k_2〔N/m〕のつる巻きばねが連結され，どちらも自然の長さである。小球を面にそって少し右に動かしてからはなしたときの，小球の振動の周期 T〔s〕を求めよ。円周率を π とする。



解答　$2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k_1+k_2}}$〔s〕

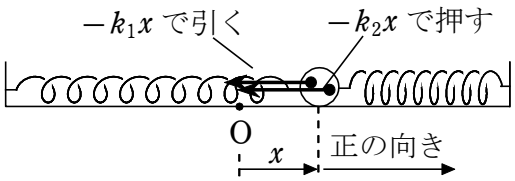
解説

小球の静止の位置を原点 O とし，右向きを正の向きとする。小球にはたらく力 F〔N〕は，変位が x〔m〕のとき

$F=-k_1x-k_2x=-(k_1+k_2)x$

となるから，単振動をする。

周期 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k_1+k_2}}$〔s〕



14　糸の長さが 5.0 m である単振り子の周期は何秒か。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

解答　4.5 s

解説

「$T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$」より

$$T=2\pi\sqrt{\frac{5.0}{9.8}}=2\pi\sqrt{\frac{25}{49}}$$

$$=\frac{10\pi}{7}\fallingdotseq 4.5\ \mathrm{s}$$

15　月面での重力加速度の大きさは，地球上のおよそ 6 分の 1 である。月面で単振り子を振らせたときの周期は，同じ単振り子を地球上で振らせたときの周期のおよそ何倍になるか。答えの根号はそのままでよい。

解答　$\sqrt{6}$ 倍

解説

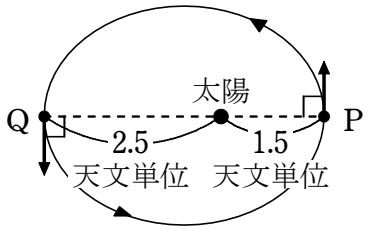
地球上と月面での重力加速度の大きさをそれぞれ g，g'〔m/s^2〕とし，単振り子の地球上と月面での周期をそれぞれ T，T'〔s〕とすると

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T'=2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g/6}}=2\pi\sqrt{\frac{6l}{g}}$$

したがって　$\dfrac{T'}{T}=\sqrt{6}$　よって　$\sqrt{6}$ 倍

16　図のようなだ円軌道を周回する物体を考える。太陽から図の点 P までの距離を 1.5 天文単位，点 Q までの距離を 2.5 天文単位とする。このとき，物体が点 Q を通過するときの速さは，点 P を通過するときの速さの何倍か。



解答　0.60 倍

解説

点 Q，P での物体の速さをそれぞれ v_Q，v_P とし，太陽から点 Q，P までの距離をそれぞれ r_Q，r_P とする。点 Q と点 P における面積速度が等しいから

$$\frac{1}{2}r_Q v_Q \sin 90^\circ = \frac{1}{2}r_P v_P \sin 90^\circ$$

したがって　$\dfrac{r_Q}{r_P} = \dfrac{v_P}{v_Q}$

$\dfrac{r_Q}{r_P} = \dfrac{2.5}{1.5}$ であるから

$\dfrac{v_Q}{v_P} = \dfrac{r_P}{r_Q} = \dfrac{1.5}{2.5} = 0.60$　　よって　**0.60 倍**

17　ハレー彗(すい)星は，太陽を 1 つの焦点とするだ円軌道上を運動する。軌道だ円の長半径を 18 天文単位とする。地球の公転軌道の長半径が 1.0 天文単位，公転周期が 1.0 年であることを用いて，ハレー彗星の公転周期が何年になるか求めよ。

解答　76 年

解説

ハレー彗星と地球の公転周期をそれぞれ T_H，T_E (＝1.0 年) とし，軌道だ円の長半径 (半長軸の長さ) をそれぞれ r_H (＝18 天文単位)，r_E (＝1.0 天文単位) とすると，ケプラーの第三法則「$\dfrac{T^2}{r^3} = k$　(k は定数)」　より　$\dfrac{{T_H}^2}{{r_H}^3} = \dfrac{{T_E}^2}{{r_E}^3}$

数値を代入して　$\dfrac{{T_H}^2}{18^3} = \dfrac{1.0^2}{1.0^3}$

よって　$T_H = \sqrt{18^3} = \sqrt{(2\times 3^2)^3} = \sqrt{2^3\times(3^3)^2} = 54\sqrt{2} \fallingdotseq$ **76 年**

18　質量 2.0×10^{30} kg の太陽と質量 6.0×10^{24} kg の地球とが及ぼしあう万有引力の大きさは何 N か。地球と太陽の距離を 1.5×10^{11} m，万有引力定数を 6.7×10^{-11} N·m²/kg² とする。

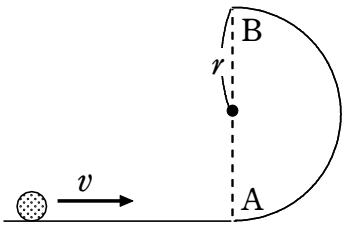
解答　3.6×10^{22} N

解説

$$F=G\frac{m_1m_2}{r^2}=(6.7\times10^{-11})\times\frac{(2.0\times10^{30})\times(6.0\times10^{24})}{(1.5\times10^{11})^2}\fallingdotseq\mathbf{3.6\times10^{22}\ N}$$

19　図の半径 r〔m〕のなめらかな半円筒の内面の最下点 A に向かって，質量 m〔kg〕の小球を水平方向に速さ v〔m/s〕ですべらせた。

重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする。



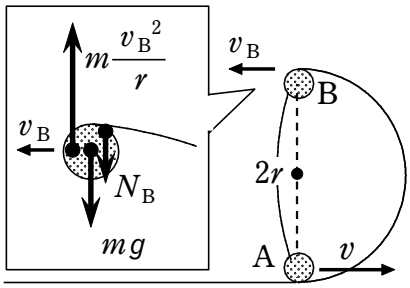
(1)　小球は半円筒の内面をすべり，最高点 B に達したとする。このときの点 B における小球の速さ v_B〔m/s〕と，小球が受ける垂直抗力の大きさ N_B〔N〕を求めよ。

(2)　小球が半円筒の最高点 B に達するためには，v がある大きさ v_{min} 以上である必要がある。v_{min}〔m/s〕を求めよ。

解答　(1)　v_B : $\sqrt{v^2-4gr}$〔m/s〕，N_B : $m\dfrac{v^2}{r}-5mg$〔N〕　　(2)　$\sqrt{5gr}$〔m/s〕

解説

(1)　点 A を含む水平面を重力による位置エネルギーの基準水平面とすると，点 A と点 B 間での力学的エネルギー保存則より



$$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}mv_B{}^2+mg\times2r$$

よって

$$v_B=\sqrt{\boldsymbol{v^2-4\,gr}}\ \text{〔m/s〕}$$

小球とともに回転する立場で考えると，点 B において小球には重力，垂直抗力，遠心力がはたらき，

これらがつりあっている。したがって　$m\dfrac{v_B{}^2}{r}-N_B-mg=0$

よって　$N_B=m\dfrac{v_B{}^2}{r}-mg=\boldsymbol{m\dfrac{v^2}{r}-5mg}$〔N〕

(2)　$N_B\geqq0$ であれば，小球は半円筒を離れずに点 B に達することができる。したがって

$$m\frac{v_{min}{}^2}{r}-5mg=0\qquad\text{より}\quad v_{min}=\sqrt{\boldsymbol{5gr}}\ \text{〔m/s〕}$$

20　惑星が，質量 M〔kg〕の太陽を中心として半径 r〔m〕の等速円運動をしているとする。万有引力定数を G〔N・m²/kg²〕，円周率を π とする。

(1)　惑星の等速円運動の速さ v〔m/s〕と周期 T〔s〕を求めよ。

(2)　ケプラーの第三法則より，「$\dfrac{T^2}{r^3}=k$(定数)」が成りたつ。定数 k を G，M で表せ。

解答　(1)　v : $\sqrt{\dfrac{GM}{r}}$〔m/s〕，T : $2\pi r\sqrt{\dfrac{r}{GM}}$〔s〕　　(2)　$\dfrac{4\pi^2}{GM}$

解説

(1)　惑星の質量を m〔kg〕とする。

万有引力が向心力となっているので，運動方程式「$m\dfrac{v^2}{r}=F$」，および

万有引力の式「$F=G\dfrac{m_1m_2}{r^2}$」より

$$m\frac{v^2}{r}=G\frac{Mm}{r^2}\qquad よって\quad v=\sqrt{\frac{GM}{r}}\ 〔\mathrm{m/s}〕$$

「$T=\dfrac{2\pi r}{v}$」より　$T=2\pi r\sqrt{\dfrac{r}{GM}}$〔s〕

(2)　$T^2=4\pi^2r^2\cdot\dfrac{r}{GM}=\dfrac{4\pi^2}{GM}\cdot r^3$　　より　$k=\dfrac{4\pi^2}{GM}$