2020.3.4（水）

≪一斉休業に関わる『数学Ⅱ』課題≫（理系）

【1】放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点 $P\left(p\ ,\ \frac{1}{2}p^2\right)$ における接線を l とする。ただし、$p>0$ とする。

（1）直線 l の方程式を、p を用いて表せ。

（2）直線 l と垂直に交わる直線が放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と点 Q で接するとき、点 Q の座標を、p を用いて表せ。

（3）点 P と（2）の点 Q の中点 R の座標を、p を用いて表せ。

（4）点 P が $p>0$ の範囲で動くとき、（3）の点 R が描く曲線の方程式を求めよ。

【2】x の整式 $f(x)$ と $g(x)$ が次の関係式を満たすとき、$f(x)$ と $g(x)$ を求めよ。

$$f(x)=x^2+\int_0^1 g(t)dt\quad ,\ g(x)=x\int_0^1 f(t)dt$$

【3】a を正の定数とする。３次関数 $g(x)=ax^3-4ax^2-3ax+1$ について、次の問に答えよ。

（1）$g(x)$ の導関数 $g'(x)$ を求めよ。

（2）$g(x)$ の極小値が－２となるとき、a の値を求め、$g(x)$ を求めよ。

（3）$f(x)$ を x の関数とする。（2）の $g(x)$ を用いて次の式 $\int_b^x f(t)dt=g(x)$ が成立するとき、$f(x)$ と定数 b の値を求めよ。

【4】$f(x)=2x^2+4x-1$ とする。放物線 $C_1: y=f(x)$ と、放物線 C_1 を x 軸方向に４、y 軸方向に１６だけ平行移動した放物線 C_2 がある。

（1）放物線 C_2 の方程式を求めよ。

（2）放物線 C_1 上の点 $P(t\ ,\ f(t))$ における接線の方程式を求めよ。

（3）２つの放物線 C_1 , C_2 の両方に接する直線 l の方程式を求めよ。

（4）２つの放物線 C_1 , C_2 と（3）で求めた直線 l とで囲まれた図形の面積を求めよ。

【5】$f(x)=2^{3x}+2^{-3x}-4(2^{2x}+2^{-2x})$ とする。

（1）k を実数とする。x についての方程式 $2^x+2^{-x}=k$ の実数解の個数を求めよ。

（2）$t=2^x+2^{-x}$ とおく。$f(x)$ を t で表せ。

（3）x がすべての実数を動くとき $f(x)$ が最小となるような x と、そのときの $f(x)$ の値を求めよ。