

2学年数学

今年度の2学年「数学Ⅱ」の授業では ICT を活用し、様々な単元を学習していきました。ここでは、その中から3つの単元を紹介します。

① 三角関数

この単元では三角関数の値やグラフを学習する際に ICT を活用しました。三角関数の値を学習する際に『フラッシュ三角関数』というものを扱いました。『フラッシュ三角関数』とは、スクリーンに映し出された三角関数の値を瞬時に解答するものです。生徒は、スマートフォン上で教員が配信した選択式の解答画面から解答します。問題には制限時間があり、時間が過ぎると画面が切り替わります。教員が事前に解答を用意し、生徒はスマートフォン上で解答を送信することで、その場で自分のスコアを確認することができます。これを毎時間の初めに行うことで、生徒の知識の定着を図りました。

Part1

フラッシュ三角関数

問題提示5秒 解答時間10秒

最初のスライド

スライド画面


問題提示5秒（右上の数字はカウントダウン）

解答時間10秒

問題1

$$\sin \frac{\pi}{3}$$

5



問題1

解答時間


3



問題5

$$\cos \frac{3}{4} \pi$$

5



問題5

解答時間

8



また、三角関数のグラフを学習する際にはスライドを活用しました。まず、配付されたプリントの表に三角関数の値を埋めていきます。その値をもとに通る点を取り、その点を滑らかに結んでいくことでグラフの概形や特徴を学習していきました。

【 $y = \sin(\theta - \frac{\pi}{3})$ のグラフ】

④ $y = \sin(\theta - \frac{\pi}{3})$ のグラフ
 (1) 以下の表を完成させよ。

θ	...	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	...
$\sin \theta$
$\sin(\theta - \frac{\pi}{3})$

⇒ $\sin(\theta - \frac{\pi}{3})$ の値は $\sin \theta$ の値より θ 軸方向に _____ だけずれている！
 ⇒ $\sin(\theta + \frac{\pi}{3})$ の値は $\sin \theta$ の値より θ 軸方向に _____ だけずれている！



表に値を埋めて...

④ $y = \sin(\theta - \frac{\pi}{3})$ のグラフ
 (1) 以下の表を完成させよ。

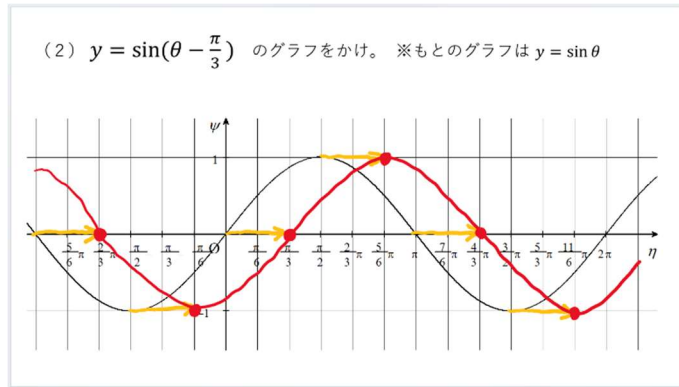
θ	...	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	...
$\sin \theta$...	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	...
$\sin(\theta - \frac{\pi}{3})$...	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$...

⇒ $\sin(\theta - \frac{\pi}{3})$ の値は $\sin \theta$ の値より θ 軸方向に $-\frac{\pi}{3}$ だけずれている！
 ⇒ $\sin(\theta + \frac{\pi}{3})$ の値は $\sin \theta$ の値より θ 軸方向に $+\frac{\pi}{3}$ だけずれている！



グラフをかく！

この $y = \sin(\theta - \frac{\pi}{3})$ のグラフが、もとのグラフ $y = \sin \theta$ のグラフをどのように変形させたものかということを視覚的に学習していきました。また、グラフの周期にも着目しました。



【 $y = \sin 2\theta$ のグラフ】

⑥ $y = \sin 2\theta$ のグラフ
 (1) 以下の表を完成させよ。

θ	...	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5}{12}\pi$	$\frac{\pi}{2}$...
$\sin \theta$
$\sin 2\theta$



表に値を埋めて...

⑥ $y = \sin 2\theta$ のグラフ
 (1) 以下の表を完成させよ。

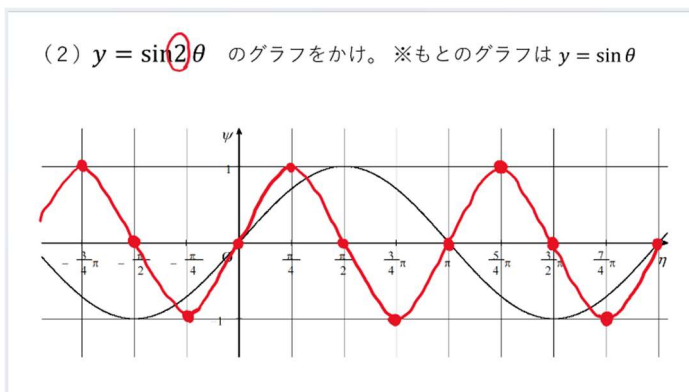
θ	...	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5}{12}\pi$	$\frac{\pi}{2}$...
$\sin \theta$...	0		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$		1	...
$\sin 2\theta$...	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	...

$\sin 0$ $\sin \frac{\pi}{6}$ $\sin \frac{\pi}{3}$ $\sin \frac{\pi}{2}$ $\sin \frac{2}{3}\pi$ $\sin \frac{5}{6}\pi$ $\sin \pi$



グラフをかく！

この $y = \sin 2\theta$ のグラフが、もとのグラフ $y = \sin \theta$ のグラフをどのように変形させたものかということを視覚的に学習していきました。また、グラフの周期にも着目しました。



② 指数関数

この单元でも、指数関数のグラフを学習する際にICTを活用しました。今年度はストーリーをもとにして指数関数の意味やグラフの概形を学習していきました。以下に授業スライドを抜粋したものを載せます。

1 Q.考えてみよう

高校2年生のミナミ君は、毎月お母さんから お小遣いをもらいます。ミナミ君は今月もお小遣いをおねだりしようとしています。

ミナミ君 (高校2年生) お母さん

2

お母さん

今月のお小遣いは奮発しちゃうわよ！ 次の3つのうちから選んでね。

3

お母さん

パターン①
毎日10000円ずつあげるわ。

パターン②
0日目として、1日目は2円、2日目は前日の2倍の額、3日目も前日の2倍の額、というように、毎日前日の2倍の額をあげるわ。

パターン③
毎日1回サイコロを振って、出た目の数×2000円あげるわ。

4 ☆1か月間でもらえる総額(最高額)を考えてみよう☆
(スマートフォン許可: 電卓使用可)

	①	②	③
1か月でもらえる総額(最高額)	300,000 (30万) (円)	2,147,483,646 (21億4748万3646) (円)	360,000 (36万) (円)

3つのパターンをそれぞれ計算します。特に②に関しては、すべて足していく計算が面倒であることから、数学Bで学習する「和の計算Σ」を用いた計算方法も紹介しました。

5 ②に関して、以下の表を埋めてみよう！
(スマートフォン許可: 電卓使用可)

日(x)																			0	1	2	3	4	5	...	30	
貰える額(y)																			1	2							

日数をx, その日に貰える額をyとすると、上の表は $y =$ となる!

日数をx, その日に貰える額をyとして、表を埋めていきました。

6 ②に関して、以下の表を埋めてみよう！
(スマートフォン許可: 電卓使用可)

日(x)	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	...	30
貰える額(y)	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	32		1,073,741,824

日数をx, その日に貰える額をyとすると、上の表は $y = 2^x$ となる!

すると、x と y の関係から、 $y=2^x$ という関数であることがわかりました!

7 ◎表を参考に、 $y = 2^x$ のグラフをかいてみよう!

8 先ほどのグラフを参考に、 $y = (\frac{1}{2})^x$ のグラフをかいてみよう!

x	-3	...	-2	...	-1	...	0	...	1	...	2	...	3
y	8	...	4	...	2	...	1	...	$\frac{1}{2}$...	$\frac{1}{4}$...	$\frac{1}{8}$

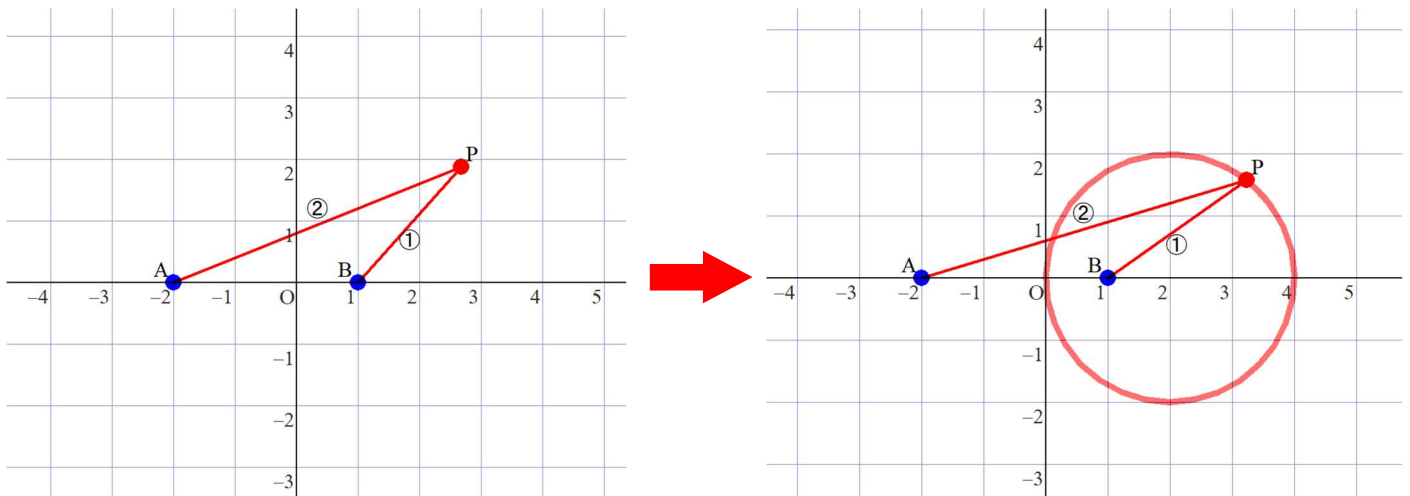
表の値をもとに通る点を取り、その点を滑らかに結んでいくことでグラフの概形や特徴を学習していきました。また、指数関数におけるyの値は正の値をとり続けることから、x軸が漸近線になることも学習しました。

③ 軌跡と方程式

この単元では、与えられた条件を満たしながら動く点がえがく図形(軌跡)を学習する際に ICT を活用しました。実際にその点が動いている場面を視覚的に示すことで、生徒はどのような図形になるのかをイメージすることができました。また、与えられた条件から立式し、計算して導き出した式が表す図形を考えていきました。そして、その式が表す図形が画面上でえがいた図形と一致することを確認しました。以下、実際に授業で扱った問題を解く際に活用したスライドと、生徒に配付したプリントを載せます。

【例題2】

2点 A(-2, 0), B(1, 0) について, AP:BP=2:1 を満たす点 P の軌跡を求めよ。



画面上では、まず2点 A, B をとり、AP:BP=2:1 を満たす点 P がどのあたりにあるかを確認しました。そして、実際に AP:BP=2:1 を満たしながら点 P を動かしてみると・・・点 P は円をえがくことがわかりました！

P77

例題2 2点 A(-2, 0), B(1, 0) について, AP:BP = 2:1 を満たす点 P の軌跡を求めよ。

POINT

AP:BP = 2:1 \Rightarrow AP = 2BP と表すことができる！

(解) 点 P の座標を (x, y) とおく。 点 P の軌跡はどのようなかな？

AP:BP = 2:1 から

$$AP = 2BP$$

$$\therefore (\text{両辺})^2 \quad AP^2 = 4BP^2$$

$$(x+2)^2 + y^2 = 4\{(x-1)^2 + y^2\}$$

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 = 4x^2 - 8x + 4 + 4y^2$$

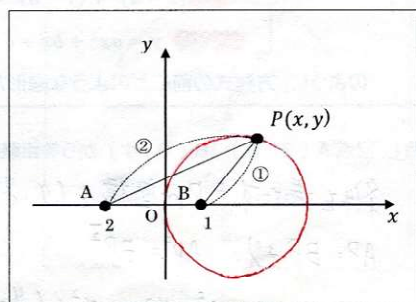
$$3x^2 + 3y^2 - 12x = 0$$

$$x^2 - 4x + y^2 = 0$$

$$(x-2)^2 + y^2 = 4$$

点 P の軌跡は

中心(2, 0), 半径2の円

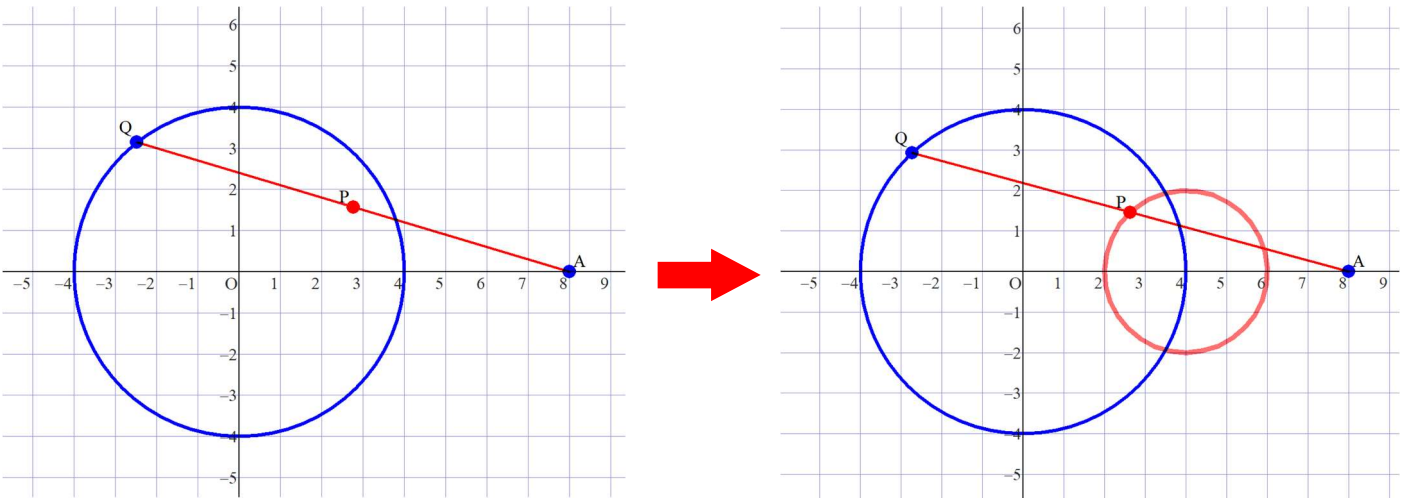


2定点からの距離の比が $m:n$ ($m \neq n$) である点の軌跡を アポロニウスの円 という。

配付したプリントでは、まず問題文を読み、点 P がどのような図形をえがくかを予想していきました。その後、上記のように画面上で点 P の動き方を確認しました。生徒は与えられた条件から立式し、それを計算して図形の方程式を導きました。その後、画面上にえがかれた図形と、計算して導いた方程式が表す図形が一致することを確認しました。

【例題3】

点 Q が円 $x^2 + y^2 = 16$ 上を動くとき、点 A (8 , 0) と点 Q を結ぶ線分 AQ の中点 P の軌跡を求めよ。



画面上では、まず円 $x^2 + y^2 = 16$ を示し、2点 A, Q を結ぶ線分 AQ の中点 P がどのあたりにあるかを確認しました。そして、実際に点 Q が円上を動くと、それにもなって点 P も動くことがわかります。その結果、こちらも点 P は円をえがくことがわかりました！

P78 ◎ともなって動く点の軌跡

例題3 点 Q が円 $x^2 + y^2 = 16$ 上を動くとき、点 A (8 , 0) と点 Q を結ぶ線分 AQ の中点 P の軌跡を求めよ。

POINT

点 P の座標を (x, y) , 点 Q の座標を (s, t) とおき、
 次の2つの条件から、 s, t を消去(代入)して x, y だけの関係式を導く。
 ① 点 Q は円 $x^2 + y^2 = 16$ 上にある。 ② 点 P は線分 AQ の中点である。

配付したプリントでは、まず問題文を読み、点 P がどのような図形をえがくかを予想していきました。その後、上記のように画面上で点 Q の動いたとき、それにもなって点 P が動くことも確認しました。生徒は与えられた条件から立式し、それを計算して図形の方程式を導きました。その後、画面上にえがかれた図形と、計算して導いた方程式が表す図形が一致することを確認しました。

(解) 点 P(x, y), 点 Q(s, t) とおく。 点 P の軌跡はどのようなかな？

点 Q は円上にあるから、
 $s^2 + t^2 = 16 \dots ①$

また、点 P は線分 AQ の中点であるから
 $x = \frac{s+8}{2}, y = \frac{t+0}{2}$
 $2x = s+8, 2y = t$

すなわち、 $s = 2x-8, t = 2y$

これを①へ代入して
 $(2x-8)^2 + (2y)^2 = 16$
 $4x^2 - 32x + 64 + 4y^2 = 16$
 $4x^2 - 32x + 4y^2 + 48 = 0$

$x^2 - 8x + y^2 + 12 = 0$
 $(x-4)^2 + y^2 = 4$

点 P の軌跡は
 中心(4, 0), 半径2の円 //

以上、3つの単元での授業の実践例を紹介しました。

本校の数学の授業では1学年と3学年でも ICT を効果的に活用した教材を扱っています。生徒が視覚的、体系的に問題にアプローチできるように日々工夫した授業づくりを心がけています。また、授業の中では問題を解く際に他の生徒と意見を共有する時間を積極的に取り入れています。他者の意見を聞き、新たな発見があったり、様々な方面から問題へアプローチできたりすることができるため、その時間を大切にしています。